

СПЕЦИАЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПРОДОЛЬНО АРМИРОВАННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК

Жалалов Фаррух Бахшуллаевич

Азиатский Международный Университет,

преподаватель кафедры «Общие технические науки»

Аннотация: В работе с помощью вариационной теории исследовались колебания тонкой длинной подкрепленной круглой формы при динамическом волновом заполнении, при осевом содействии и с учетом трения в контакте. Построены в зависимости от периода естественного колебания от волнообразования в окружном направлении с учетом трения в контакте между оболочкой и заливкой. Установлено, что результаты исследования практически не зависят от характеристики материала, так как зависимость частоты от коэффициента Пуассона не зависит от модуля упругости.

Ключевые слова: соединение, соединение, модуль упругости, деформация, полная энергия, коэффициент трения.

Введение. В различных отраслях машиностроения широко применяются цилиндрические оболочки с различными заполнителями. Это в свою очередь требует более полного учета характеристик материалов и конструкций с целью рационального конструирования и проведения надежных расчетов на прочность. Для более достоверного описания несущей способности конструкции целесообразно учитывать силы внешнего воздействия со стороны заполнителя. Одним из таких воздействий является его контакт с упругой средой. Силы внешнего воздействия со стороны заполнителя по сути являются поверхностными силами и обусловлены контактом между оболочкой и упругим заполнителем. Контакт носит сложный характер и зависит от разных факторов: механических параметров заполнителя, поверхности оболочки и т.д. Одним из основных факторов являются силы трения, обусловленные взаимодействием оболочки с заполнителем. Решение такого типа задач связано с целым рядом математических сложностей, усугубляемых необходимостью учета динамических эффектов в задачах сейсмостойкости, вибрации и др., часто встречающихся в технических расчетах и моделировании. Таким образом налицо актуальность разработки приближенных методов для такого рода расчетов, каковым и является, в частности рассматриваемый в данной статье вариационный метод. Это объясняется также и тем, что метод позволяет выработать непротиворечивые приближенные принципы теории тонкостенных конструкций типа оболочек и стержней.

Методы. Данная статья посвящена исследованию свободных колебаний цилиндрических оболочек с заполнителем, усиленных дискретно распределенными продольными системами ребер при осевом сжатии и с учетом трения между оболочкой и заполнителем. Проведен анализ влияния параметров внешней среды на параметры частоты собственных колебаний системы.

Задача решена энергетическим способом. Потенциальная энергия оболочки, нагруженной осевыми сжимающими силами, имеет вид [11-12]:

$$\begin{aligned} \mathcal{D} = & \frac{Eh}{2(1-\nu^2)} \int_0^{\xi_1} \int_0^{2\pi} \left(\frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{\partial v}{\partial \theta} - w \right)^2 + 2(1-\nu) \frac{\partial u}{\partial \xi} \frac{\partial v}{\partial \theta} - w - \\ & - \frac{1}{4} \left(\frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial \xi} \right)^2 d\xi d\theta + \frac{Eh}{24(1-\nu^2)R^2} \int_0^{\xi_1} \int_0^{2\pi} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{\partial v}{\partial \theta} \right)^2 - \\ & - 2(1-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{1}{4} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \xi \partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial \xi} \right)^2 d\xi d\theta + \\ & + \frac{E_c}{2R} \int_{i=1}^k \int_0^{\xi_1} F_c \frac{\partial u}{\partial \xi} - \frac{h_c}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} + \frac{I_{yc}}{R^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} + \frac{G_c}{E_c} I_{kp.c} \frac{G_c}{E_c} I_{kp.c} \frac{\partial^2 w}{\partial \xi \partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial \xi} \Big|_{\theta=\theta_i} d\xi - \\ & - \frac{\sigma_x h}{2} \int_0^{\xi_1} \int_0^{2\pi} \frac{\partial w}{\partial \xi} d\xi d\theta - \frac{\sigma_x F_c}{2R} \int_{i=1}^k \int_0^{\xi_1} \frac{\partial w}{\partial \xi} \Big|_{\theta=\theta_i} d\xi \end{aligned} \quad (1)$$

здесь $\xi_1 = \frac{L}{R}$, $\xi = \frac{x}{R}$, $\theta = \frac{y}{R}$; x, y, z - координаты, E_c, G_c - модули упругости и сдвига материала продольных ребер, k – количество продольных ребер, σ_x - осевые сжимающие напряжения, u, v, w - компоненты вектора перемещений оболочки, h и R – толщина и радиус оболочки, соответственно, E, ν - модуль Юнга и коэффициент Пуассона материала оболочки, $F_c, I_{yc}, I_{kp.c}$ - соответственно, площади и моменты инерции поперечного сечения продольного стержня относительно оси OX и OZ , а также момент инерции при кручении.

Кинетическая энергия оболочки такова:

$$\begin{aligned} K = & \frac{Eh}{2(1-\nu^2)} \int_0^{\xi_1} \int_0^{2\pi} \left(\frac{\partial u}{\partial t_1} + \frac{\partial v}{\partial t_1} + \frac{\partial w}{\partial t_1} \right)^2 d\xi d\theta + \\ & + \frac{\overline{\rho_c} E_c F_c}{2R(1-\nu^2)} \int_{i=1}^{k_1} \int_0^{\xi_1} \left(\frac{\partial u}{\partial t_1} + \frac{\partial w}{\partial t_1} \right)^2 \Big|_{\theta=\theta_i} d\xi \end{aligned} \quad (2)$$

здесь $\overline{\rho_c} = \frac{\rho_c}{\rho_0}$, где ρ_0, ρ_c - плотности материалов оболочки и продольного стержня

соответственно, $\theta_i = \frac{2\pi}{k_1} i$.

Взаимодействие заполнителя с оболочкой представляется как поверхностная нагрузка, приложенная к оболочке, которая совершает работу на перемещениях поверхности контакта при переводе системы из деформированного состояния в начальное недеформированное.

$$A_0 = - \int_0^{\xi_1} \int_0^{2\pi} (q_x u + q_\theta v + q_z w) d\xi d\theta + \int_0^{\xi_1} \int_0^{2\pi} f q_z (u + v) d\xi d\theta \quad (3)$$

где q_x, q_θ, q_z - давления со стороны заполнителя на оболочку, f – коэффициент трения.

Полная энергия системы такова:

$$П = \mathcal{E} + K + A_0 \quad (4)$$

Уравнение движения среды в векторной форме имеет вид [2,3]:

$$a_e^2 \text{grad div } \vec{S} - a_t^2 \text{rot rot } \vec{S} + \omega^2 \vec{S} = 0, \quad 0 \leq x \leq L, \quad 0 \leq r \leq R \quad (5)$$

где $a_t^2 = (\lambda + 2\mu) / \rho$, $a_e^2 = \mu / \rho$, а a_t , a_e - скорости распространения продольных и поперечных волн в заполнителе соответственно; $S = S(S_x, S_\theta, S_z)$ - вектор перемещения; λ , μ - коэффициенты Ламе. К системам уравнений движения среды (5) прибавляются контактные условия. Предполагается, что контакт между оболочкой и заполнителем жесткий, т.е. при $r = R$:

$$u = S_x; \quad v = S_\theta; \quad w = S_z \quad (6)$$

$$q_x = -\sigma_{rx}, \quad q_y = -\sigma_{r\theta}, \quad q_z = -\sigma_{rz}, \quad w = S_r \quad (7)$$

Компоненты $\sigma_{rx}, \sigma_{r\theta}, \sigma_{rz}$ - тензоры напряжений определяются следующим образом [13-15]:

$$\sigma_{rx} = \mu_s \left(\frac{\partial S_x}{\partial r} + \frac{\partial S_r}{\partial x} \right); \quad \sigma_{r\theta} = \mu_s \left(r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{S_r}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial S_r}{\partial \theta} \right), \quad (8)$$

$$\sigma_{rz} = \lambda_s \left(\frac{\partial S_r}{\partial x} + r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{S_r}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial S_\theta}{\partial \theta} \right) + 2\mu_s \frac{\partial S_r}{r}$$

λ_s, μ_s - коэффициенты Ламе для среды.

Дополняя контактными условиями (6) и (7) уравнения движения заполнителя (5), приходим к контактной задаче о колебаниях цилиндрической оболочки, подкрепленной перекрестными системами ребер, заполненной средой. Другими словами, задача о колебаниях подкрепленных перекрестными системами ребер цилиндрической оболочки с заполнителем при осевом сжатии сводится к совместному интегрированию уравнений теории оболочек и уравнений движения заполнителя при выполнении указанных условий на поверхности их контакта.

Далее будут рассматриваться оболочки, края которых шарнирно оперты. Компоненты вектора перемещений таких оболочек ищем в виде:

$$\begin{aligned} u &= A \cos kx \cos n\varphi \exp(i\omega_1 t_1), \\ \mathcal{S} &= B \sin kx \sin n\varphi \exp(i\omega_1 t_1), \\ w &= C \sin kx \cos n\varphi \exp(i\omega_1 t_1) \end{aligned} \quad (9)$$

где, А, В, С – неизвестные постоянные; $k = \frac{m\pi}{L}$ ($m = 1, 2, \dots$), m, n - волновые числа в продольном и окружном направлениях, соответственно, L - длина оболочки,

$$\omega_1 = \frac{\omega}{\omega_0}, \quad t_1 = \omega_0 t, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{E}{(1-\nu^2)\rho_0 R^2}}, \quad \omega_1 = \sqrt{\frac{(1-\nu^2)\rho_0 R^2 \omega^2}{E}}$$

При равных весах подкрепленной оболочки и оболочки без подкрепления их собственные частоты обозначены через ω и ω_0 .

Решения системы (5) имеют вид [4, 15]:

а) при малых инерционных действиях со стороны заполнителя на процесс колебаний системы:

$$\begin{aligned}
 S_x &= -kr \frac{\partial I_n(kr)}{\partial r} - 4(1-\nu_s)kI_n(kr) A_s + kI_n(kr)B_s \cos n\varphi \cos kx \exp(i\omega_1 t_1) \\
 S_\varphi &= -\frac{n}{r} I_n(kr)B_s - \frac{\partial I_n(kr)}{\partial r} \gamma_1 r C_s \sin \varphi \cos kx \exp(i\omega_1 t_1) \\
 S_r &= -k^3 r I_n(kr)A_s + \frac{\partial I_n(kr)}{\partial r} B_s + \frac{n}{r} I_n(kr)C_s \cos n\varphi \sin kx \exp(i\omega_1 t_1)
 \end{aligned} \tag{10}$$

б) инерционные действия заполнителя на процесс колебаний системы существенны:

$$\begin{aligned}
 S_x &= A_s k I_n(\gamma_e r) - \frac{C_s \gamma_t^2}{\partial r} I_n(\gamma_1 r) \cos n\varphi \cos kx \exp(i\omega_1 t_1) \\
 S_\varphi &= -\frac{A_s n}{r} I_n(\gamma_e r) - \frac{C_s n k}{r \mu} I_n(\gamma_1 r) - \frac{B_s}{n} \frac{\partial I_n(\gamma_1 r)}{\partial r} \sin n\varphi \sin kx \exp(i\omega_1 t_1) \\
 S_r &= A_s \frac{\partial I_n(\gamma_e r)}{\partial r} - \frac{C_s k}{\mu_1} \frac{\partial I_n(\gamma_1 r)}{\partial r} + \frac{B_s}{r} I_n(\gamma_1 r) \cos n\varphi \sin kx \exp(i\omega_1 t_1)
 \end{aligned} \tag{11}$$

Здесь I_n - модифицированная функция Бесселя n-го порядка первого рода, A_s, B_s, C_s - постоянные.

Используя контактные условия (6), перемещения оболочек (9), решение уравнения движения среды (10) и (11), выразим постоянные A_s, B_s, C_s через A, B, C . В результате

для q_x, q_θ, q_r находим:

$$\begin{aligned}
 q_x &= (\tilde{C}_{x1} A + \tilde{C}_{x2} B + \tilde{C}_{x3} C) \cos n\varphi \cos kx \exp(i\omega_1 t_1) \\
 q_\theta &= (\tilde{C}_{\theta1} A + \tilde{C}_{\theta2} B + \tilde{C}_{\theta3} C) \sin n\varphi \sin kx \exp(i\omega_1 t_1) \\
 q_r &= (\tilde{C}_{r1} A + \tilde{C}_{r2} B + \tilde{C}_{r3} C) \cos n\varphi \sin kx \exp(i\omega_1 t_1)
 \end{aligned} \tag{12}$$

После подстановки (12) в (3) и интегрирования по ξ и θ получаем для работы распределенных нагрузок со стороны заполнителя, приложенных к оболочке:

$$\begin{aligned}
 A &= -R^2 \pi [S_2 \tilde{C}_{x1} A^2 + (S_2 \tilde{C}_{x2} + S_1 \tilde{C}_{\theta1}) AB + (S_2 \tilde{C}_{x3} + S_1 \tilde{C}_{r1}) AC + \\
 &+ S_1 (\tilde{C}_{\theta3} + \tilde{C}_{r2}) BC + S_1 \tilde{C}_{\theta2} B^2 + S_1 \tilde{C}_{r3} C^2
 \end{aligned} \tag{13}$$

Здесь \tilde{C}_{ra} - постоянная, $S_1 = \frac{1}{2} - \frac{\sin 2k\xi_1}{4k}$.

Используя (1), (2), (13) для полной энергии системы получим полином второго порядка относительно параметров постоянных А, В, С:

$$\begin{aligned}
 \Pi &= (\bar{\varphi}_{11} - S_2 \tilde{C}_{x1} - \psi_{11} \omega_1^2) A^2 + (\bar{\varphi}_{22} - S_1 \tilde{C}_{\theta2} - \psi_{22} \omega_1^2) B^2 + (\bar{\varphi}_{33} - S_1 \tilde{C}_{r3} - \psi_{33} \omega_1^2 + I_1 \sigma_x) C^2 + \\
 &+ (\bar{\varphi}_{44} - S_2 \tilde{C}_{x2} + S_1 \tilde{C}_{\theta1}) AB + (\bar{\varphi}_{55} - S_2 \tilde{C}_{x3} + S_1 \tilde{C}_{r1}) AC + S_1 (\bar{\varphi}_{66} + \tilde{C}_{\theta3} + \tilde{C}_{r2}) BC
 \end{aligned}$$

Отметим, что величины $\bar{\varphi}_{ii} (i=1,2,\dots,6)$, $\psi_{ii} (i=1,2,\dots,6)$, $I_i (i=1,2)$ имеют громоздкий вид, поэтому их здесь не приводим.

Условия экстремума Π по параметрам А, В, С сводят решение задачи о колебаниях подкрепленных продольными системами ребер, заполненной средой и подверженной продольному сжатию оболочки с учетом трения в контакте, к однородным системами линейных алгебраических уравнений третьего порядка, нетривиальные решения которых

возможны лишь в случае, если определитель этой системы равен нулю. Приравнявая далее определители указанных систем нулю, получаем следующее частотное уравнение:

$$\begin{aligned} 2(\check{\varphi}_{11} - S_2\check{C}_{x1} - \psi_{11}\omega_1^2)A + (\check{\varphi}_{44} + S_2\check{C}_{x2} + S_1\check{C}_{\theta1})B + (\check{\varphi}_{55} - S_2\check{C}_{x3} + S_1\check{C}_{r1})C &= 0 \\ (\check{\varphi}_{44} + S_2\check{C}_{x2} + S_1\check{C}_{\theta1})A + 2(\check{\varphi}_{22} - S_1\check{C}_{\theta2} - \psi_{22}\omega_1^2)B + (\check{\varphi}_{66} + \check{C}_{\theta3} + \check{C}_{r2})C &= 0 \\ (\check{\varphi}_{55} + S_2\check{C}_{x3} + S_1\check{C}_{r1})A + (\check{\varphi}_{66} + \check{C}_{\theta3} + \check{C}_{r2})B + 2(\check{\varphi}_{33} - S_1\check{C}_{r3} - \psi_{33}\omega_1^2 + I_1\sigma_x)C &= 0 \end{aligned} \quad (14)$$

Нетрудно заметить, что в случае а) система уравнений (14) приводится к кубическому уравнению относительно ω_1^2 , в противном случае оно является трансцендентным. Поскольку в дальнейшем нас будут интересовать только низкие частоты изгибных колебаний, это уравнение в случае а) можно упростить, отбросив слагаемые с ω_1^4 и ω_1^6 . В результате получаем ($\omega_1^2 = \lambda_a$):

$$\begin{aligned} \lambda_a = \frac{f_3^2 f_4 + f_1 f_5^2 + f_2^2 f_6}{2f_5^2 \psi_{11} + f_2^2 \psi_{33} - 4f_1 f_4 \psi_{33} - 0,5 f_6 (f_1 \psi_{22} + f_4 \psi_{11})} \\ f_1 = \check{\varphi}_{11} - S_2\check{C}_{x1}; \quad f_2 = \check{\varphi}_{44} + S_2\check{C}_{x2} + S_1\check{C}_{\theta1}; \quad f_3 = \check{\varphi}_{55} + S_2\check{C}_{x1} + S_1\check{C}_{r1}; \\ f_5 = \check{\varphi}_{66} + \check{C}_{\theta3} + \check{C}_{r2}; \quad f_6 = \check{\varphi}_{33} - S_1\check{C}_{r3} + I_1\sigma_x \end{aligned} \quad (15)$$

Аналогичным образом определяется λ_b для случая б).

Результатов и анализ. Приведем результаты исследования влияния числа ребер и жесткости заполнителей на критическое напряжение осевого сжатия. Вычисления выполнены для оболочки, среды и ребер с такими параметрами:

$$E = E_c = E_h = 6,67 \cdot 10^9 \text{ H / m}^2; \quad \nu = 0,3; \quad x = 1; \quad n = 8; \quad h_h = 1,39 \text{ mm}; \quad R = 160 \text{ mm};$$

$$L_1 = 800 \text{ mm}; \quad \frac{F_c}{2\pi R h} = 0,1591 \cdot 10^{-1}; \quad \frac{I_{yc}}{2\pi R^3 h} = 0,8289; \quad h = 0,45 \text{ mm};$$

$$F_x = 5,75 \text{ mm}^2; \quad I_{sh} = 19,9 \text{ mm}^4; \quad |h_c| = 0,1375 \cdot 10^{-1} R; \quad \frac{I_{kpc}}{2\pi R^3 h} = 0,5305 \cdot 10^{-6};$$

$$I_{kph} = 0,48 \text{ mm}^4; \quad f = 0,25$$

Результаты расчета представлены на рис 1. Здесь приведена зависимость напряжения осевого сжатия. Из Рис.1 видно, что с увеличением напряжения частота системы падает. Кроме того, учет трения приводит к снижению значения собственной частоты исследуемой конструкции.

Как отмечено, методика определения оптимальных параметров подкрепления построена на сопоставлении минимальных частот колебаний ребристой и гладкой цилиндрической оболочки, усиленными продольными системами ребер, заполненной средой.

В качестве варьируемых параметров рассматриваются: относительная толщина оболочки $h^* = h/R$, расстояния между продольными и поперечными ребрами, отнесенные к толщине оболочки отношение веса всех ребер к весу оболочки φ_1 и отношение веса продольных ребер к весу поперечных ребер φ_2 . При этом предполагается, что радиус и длина оболочки, а также характеристики формы сечений продольных и поперечных ребер заранее заданы. Отметим, что для прямоугольных сечений необходимо задавать отношения ψ_1 и ψ_2 высот соответственно продольных и кольцевых ребер к их толщинам. Безразмерные характеристики ребер, входящие в (1), (2), выражаются через указанные параметры:

$$\begin{aligned} \bar{\gamma}_c^{(1)} &= \frac{\varphi_1 \varphi_2}{1 + \varphi_2}, \quad \bar{\gamma}_s^{(2)} = \frac{\varphi_1}{1 + \varphi_2}, \quad \frac{h_c}{R} = -\frac{h^*}{2} (1 + \sqrt{a_1 \varphi_1 \bar{\gamma}_c^{(1)}}), \\ \mu_{s2} &= \frac{1-\nu}{6} \frac{a_2}{\psi_2} (h^*)^2 (\bar{\gamma}_s^{(2)})^2; \quad \frac{h_c}{R} = -\frac{h^*}{2} \left(1 + \frac{1}{k_1} \sqrt{a_1 \varphi_1 \bar{\gamma}_c^{(1)}} \right), \\ \eta_{s1}^{(2)} &= \bar{\gamma}_{s1}^{(2)} \bar{\gamma}_s^{(2)} \frac{a_2 \psi_2 (h^*)^2}{12}, \quad \eta_{s1}^{(2)} = \bar{\gamma}_{s1}^{(2)} \bar{\gamma}_s^{(2)} \frac{a_2 \psi_2 (h^*)^2}{12}, \\ \eta_c^{(1)} &= \bar{\gamma}_c^{(1)} \frac{a_1}{12} \psi_1 \bar{\gamma}_c^{(1)} (h^*)^2 + \frac{h_c^2}{R^2}, \quad \mu_{s1} = \frac{1-\nu}{6} (h^*)^2 (\bar{\gamma}_c^{(1)})^2 \frac{a_1}{\psi_1} \end{aligned}$$

При такой постановке результат исследования практически не зависит от характеристик материала оболочки, поскольку (ω_{\min}^2) , как известно, слабо зависят от коэффициента Пуассона ν , а их отношение μ не зависят от модуля упругости E . Следует отметить, что для улучшения несущей способности оболочки необходимо найти такое сочетание параметров h^* , a_1 , a_2 , φ_1 и φ_2 , при которых μ принимает наибольшее значение.

В качестве примера, иллюстрирующего изменения μ в зависимости от относительных весов ребер, приведены результаты вычислений усиленных продольно подкрепленными системами ребер цилиндрических оболочек, заполненных средой.

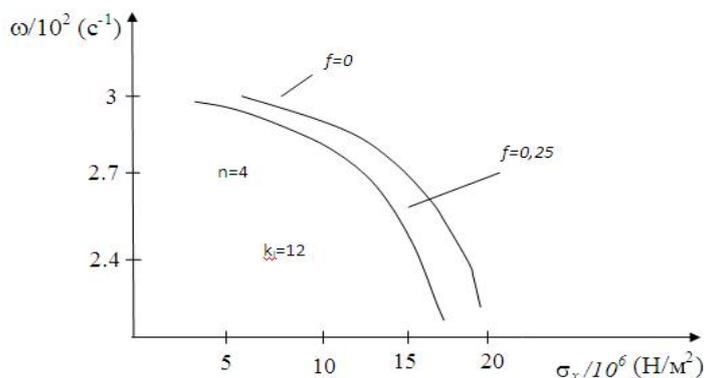


Рис.1. Зависимости частоты системы $\Omega = \Omega_1 \Omega_0$ от сжимающих напряжений

4. Заключение

Результат исследования практически не зависят от характеристик материала оболочки, поскольку (ω_{\min}^2) слабо зависят от коэффициента Пуассона ν , а их отношение μ не зависят от модуля упругости E . Установлено, что для улучшения несущей способности оболочки необходимо найти такое сочетание параметров h^* , a_1 , a_2 , φ_1 и φ_2 , при которых μ принимает наибольшее значение.

ЛИТЕРАТУРА

1. Амиро И.Я., Заруцкий В.А.. Теория ребристых оболочек. Методы расчета оболочек. «Наукова думка», 1980, 367 с.
2. Safarov I.I., Almuratov Sh.N., Teshaeв M.Kh., Homidov F.F., Rayimov D.G. On the dynamic stress-strain state of isotropic rectangular plates on an elastic base under vibration loads., *Indian Journal of Engineering* 17 (47), 127–133 (2020).
3. Teshaeв, M., Safarov, I., Boltaev, Z., Sobirova, R., Ruziev, T. Propagation of Natural Waves in Extended Viscoelastic Plates of Variable Thickness. AIP Conference Proceedings Эта ссылка отключена., 2022, 2647, 030002
4. Teshaeв, M.; Safarov, I.; (...); Ruziev, T. Propagation of natural waves in extended viscoelastic plates of variable thickness., в сб.: AIP Conference Proceedings, (Published, 2022).
5. Ильгамов М.А., Ильгамов М.А., Иванов В.А., Гулин Б.А. Прочность, устойчивость и динамика оболочек с упругим наполнителем. М., Наука, 1977, 331 с.
6. Латифов Ф.С.. Колебания оболочек с упругой и жидкой средой. Баку, «ЭЛМ», 1999, 164 с.
7. Alexey A. Semenov. Model of deformation stiffened orthotropic shells under dynamic loading. *Journal of Siberian Federal University. Mathematics and Physics* 2016, 9(4), p.485-497.
8. Safarov I.I., Teshaeв M.Kh. Dynamic damping of vibrations of a solid body mounted on viscoelastic supports. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Prikladnaya Nelineynaya Dinamika*. Vol. 31, No. 1, 2023, pp.63-73 DOI 10.18500/0869-6632-003021
9. Teshaeв, M.K., Safarov, I.I., Kuldashov, N.U., Ishmamatov, M.R., Ruziev, T.R. On the Distribution of Free Waves on the Surface of a Viscoelastic Cylindrical Cavity, *Journal of Vibration Engineering and Technologies*, 8(4), 2020, pp. 579–585 DOI 10.1007/s42417-019-00160-x
10. Ismoil Safarov and Muhsin Teshaeв. Control of resonant oscillations of viscoelastic systems. *Theoretical and applied mechanics*, 2023, OnLine-First. DOI: <https://doi.org/10.2298/TAM220510007S>
11. Хамройевна, М. В. (2024). OCHIQ TIZIMLARDA ENTROPIYANING LOKAL KAMAYISHI VA DISSIPATIV STRUKTURALAR. *Introduction of new innovative technologies in education of pedagogy and psychology*, 1(3), 86-92.
12. Хамройевна, М. В. (2024). О ‘ТА О ‘TKAZUVCHANLIK VA UNING KVANTOMEXANIK TALQINI. *Introduction of new innovative technologies in education of pedagogy and psychology*, 1(3), 93-101.
13. Хамройевна, М. В. (2024). FUNDAMENTAL O ‘ZARO TA’SIRLAR TURLARI. *Introduction of new innovative technologies in education of pedagogy and psychology*, 1(3), 79-85.
14. Bobokulova, M. (2024). Alternative energy sources and their use. *Medicine, pedagogy and technology: theory and practice*, 2(9), 282-291.
15. Boboqulova, M. X. (2025). YUQORI CHASTOTALI SIGNALLARNI UZATISH USULLARI. *PEDAGOGIK TADQIQOTLAR JURNALI*, 2(2), 32-35.
16. Босьяков С.М., Чживэй В. Анализ свободных колебаний цилиндрических оболочки из стеклопластика при граничных условиях Навье. *Механика машин, механизмов и материалов*. 2011, №3, с. 24-27.
17. F.S. Latifov, F.A. Seyfullaev, Sh. Sh. Alyev. Free vibrations reinforced by transverse ribs of an anisotropic cylindrical shell made of fiberglass with a liquid flowing in it. *Applied mechanics and technical physics*. 2016, Vol. 57, No. 4, pp. 158-162.
18. Safarov, I.I., Teshaeв, M.Kh., Boltaev, Z.I., Ishmamatov, M.R., Ruziyev, T.R. Propagation of Proper Waves in a Viscoelastic Timoshenko Plate of Variable Thickness. *International*

Journal of Engineering Trends and Technology, 71(1), 2023, pp. 25–30 DOI 10.14445/22315381/IJETT-V71I1P203

19. A.I. Seyfullayev, K. A. Novruzova, Oscillations of longitudinally reinforced orthotropic cylindrical shell filled with a viscous fluid, *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, (2015),no.3/7(75),29-33

20. Мамедов Дж.Н. Свободные колебания цилиндрических оболочек с наполнителем, усиленными продольными ребрами при осевом сжатии с учетом дискретных размещений ребер. *Механика машиностроение*, 2007, № 4, ст.7-11.