

## SPLINE INTERPOLYATSIYASI

**Quvvatov Behruz Ulug‘bek o‘g‘li**

Osiyo Xalqaro Universiteti

“Umumtexnik fanlar” kafedrasida o‘qituvchisi

[behruz.ulughbekovich.20@gmail.com](mailto:behruz.ulughbekovich.20@gmail.com)

**Annotatsiya:** Ushbu maqolada splayn (piecewise polynomial) interpolatsiyasi nazariy asoslari, matematik ta'rif, algoritmlari va amaliy qo'llanilishlari tahlil qilinadi. Ayniqsa, kubik splayn interpolatsiyasi usuli batafsil ko'rib chiqilib, uning uzluksizlik, silliqlik va hisoblash qulayligi kabi afzalliklari ta'kidlanadi. Maqolada metodologik yondashuvlar, zarur bo'lgan matematik shartlar va qo'llaniladigan algoritmlar bayon etilgan.

**Kalit so'zlar:** Splaynlar, matematik asoslar, interpolatsiya, teoretik asoslar, uzluksizlik sharti, chegara shartlari, kubik splayn, interpolatsiya shartlari, birinchi hosilalar uzluksizligi, ikkinchi hosilalar uzluksizligi, natural spline uchun chegaraviy shartlar, kubik splayn algoritmi, interval kengliklarini hisoblash, tridiagonal tizimni tuzish, koeffitsiyentlarni hisoblash, splaynni yig'ish, numerik analiz.

**Kirish**

Interpolatsiya – berilgan nuqtalar to'plamidan o'tuvchi funksiya aniqlash usulidir. Klassik polinomial interpolatsiya yuqori darajadagi polinomlardan foydalanishi sababli, Chebyshev tugunlari tanlanmasa, Runge fenomeni kabi noxush holatlarga olib kelishi mumkin. Shu bois, ma'lumotlarga mos keluvchi past darajadagi, lekin silliq funksiya qurish zarurati tug'iladi. Splayn interpolatsiyasi shunday vaziyatlarda qo'llaniladigan usul bo'lib, funksiya butun intervallar bo'yicha past darajadagi polinomlar yordamida ifodalanadi va ularning chegaralarida birinchi hamda ikkinchi tartibli hosilalar uzluksiz bo'lishi ta'minlanadi.

**Teoretik Asoslar**

Splayn interpolatsiyasining ta'riflanishi

Berilgan  $n+1$  ta nuqta:

$$\{(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)\}, \quad x_0 < x_1 < \dots < x_n,$$

Uchun,  $[x_0, x_n]$  intervalini bo'laklarga ajratamiz. Har bir interval  $[x_i, x_{i+1}]$  uchun past darajadagi polinom  $S_i(x)$  aniqlanadi. Splayn interpolatsiyasi shartlariga ko'ra:

Interpolatsiya sharti:

Har bir  $i=0, 1, \dots, n-1$  uchun,

$$S_i(x_i) = y_i \quad \text{va} \quad S_i(x_{i+1}) = y_{i+1}$$

**Uzluksizlik sharti:**

Splayn funksiyasi  $S(x)$  butun interval bo'yicha uzluksiz bo'lishi, shuningdek, uning birinchi va ikkinchi hosilalari nuqtalarda uzluksiz bo'lishi talab etiladi:

$$S_i(x_{i+1}) = S_{i+1}(x_{i+1}),$$

$$S'_i(x_{i+1}) = S'_{i+1}(x_{i+1}),$$

$$S''_i(x_{i+1}) = S''_{i+1}(x_{i+1}).$$

**Chegara shartlari:**

Turli cheklovlar qo'yilishi mumkin. Masalan, **natural spline** uchun chegaralardagi ikkinchi hosilalar nolga teng bo'ladi:

$$S''_0(x_0) = 0, \quad S''_{n-1}(x_n) = 0.$$

**Kubik Splayn**

Eng keng tarqalgan splayn turi – kubik splayn. Har bir bo'lak uchun  $S_i(x)$  quyidagi shaklda ifodalanadi:

$$S_i(x) = a_i + b_i(x - x_i) + c_i(x - x_i)^2 + d_i(x - x_i)^3, \quad x \in [x_i, x_{i+1}].$$

Aniqlanishi kerak bo'lgan noma'lumlar –  $a_i, b_i, c_i, d_i$  ko'effitsiyentlari. Ularni quyidagi shartlar yordamida aniqlash mumkin:

**Interpolyatsiya shartlari:**

$$S_i(x_i) = a_i = y_i,$$

$$S_i(x_{i+1}) = a_i + b_i h_i + c_i h_i^2 + d_i h_i^3 = y_{i+1},$$

Bu yerda  $h_i = x_{i+1} - x_i$ .

**Birinchi hosilalar uzluksizligi:**

$$S'_i(x_{i+1}) = b_i + 2c_i h_i + 3d_i h_i^2 = S'_{i+1}(x_{i+1}) = b_{i+1}.$$

**Ikkinchi hosilalar uzluksizligi:**

$$S''_i(x_{i+1}) = 2c_i + 6d_i h_i = S''_{i+1}(x_{i+1}) = 2c_{i+1}.$$

**Natural spline uchun chegaraviy shartlar:**

$$S''_0(x_0) = 2c_0 = 0, \quad S''_{n-1}(x_n) = 2c_{n-1} + 6d_{n-1}h_{n-1} = 0.$$

Bu tenglamalar to'plami orqali har bir interval uchun  $c_i$  ko'effitsiyentlari avvalo aniqlanib, keyin  $b_i$  va  $d_i$  hisoblanadi.

**Kubik Splayn Algoritmi:** Quyida kubik splayn interpolyatsiyasini hisoblashning asosiy bosqichlari keltirilgan:

**Interval kengliklarini hisoblash:**

Har bir interval uchun

$$h_i = x_{i+1} - x_i, \quad i = 0, 1, \dots, n - 1.$$

**Tridiagonal tizimni tuzish:** Ikkinchi hosila koeffitsiyentlari  $c_i$  ni aniqlash uchun quyidagi tizim hosil qilinadi (natural spline uchun chegaraviy shartlar qo'llaniladi):

$$\frac{h_{i-1}}{6}c_{i-1} + \frac{h_{i-1} + h_i}{3}c_i + \frac{h_i}{6}c_{i+1} = \frac{y_{i+1} - y_i}{h_i} - \frac{y_i - y_{i-1}}{h_{i-1}},$$

$i = 1, 2, \dots, n - 1$ , va  $c_0 = c_n = 0$ .

**Koeffitsiyentlarni hisoblash:** Tridiagonal tizim yechimi orqali  $c_i$  lar topilgach, qolgan koeffitsiyentlar quyidagicha hisoblanadi:

$$d_i = \frac{c_{i+1} - c_i}{3h_i},$$

$$b_i = \frac{y_{i+1} - y_i}{h_i} - \frac{h_i}{3}(2c_i + c_{i+1}),$$

$$a_i = y_i.$$

**Splaynni yig'ish:** Yuqoridagi koeffitsiyentlar asosida har bir  $S_i(x)$  polinomi aniqlanib, butun interpolatsiya funksiya  $S(x)$  hosil qilinadi.

**Amaliy Qo'llanilishi:** Spline interpolyatsiyasi ko'plab sohalarda keng qo'llaniladi:

**Kompyuter grafikasi va CAD:** Egri chiziqlar va sirtlarni yumshoq va silliq ifodalash uchun.

**Ma'lumotlarni qayta ishlash va signalni filtrlash:** Eksperimental ma'lumotlardan xatoliklarni kamaytirish va silliqashtirish.

**Numerik analiz:** Murakkab funksiyalarni qismlarga bo'lib, ularni tez va aniq hisoblash uchun.

**Iqtisodiy va muhandislik modellar:** Har xil o'zgaruvchilar orasidagi munosabatlarni aniqlash va prognoz qilishda. Spline interpolyatsiyasining asosiy afzalligi shundaki, u yuqori darajali polinom interpolyatsiyasida yuzaga kelishi mumkin bo'lgan osilatsiya (oscillation) muammosini bartaraf etadi va ma'lumotlar orasidagi silliqlikni yaxshilaydi.

**Xulosa**

Maqolada splayn interpolyatsiyasining nazariy asoslari va kubik splayn interpolyatsiyasi algoritmi batafsil ko'rib chiqildi. Splayn interpolyatsiyasi berilgan ma'lumotlar asosida silliq va uzluksiz funksiya qurishda samarali usul sifatida e'tirof etiladi. Uning numerik barqarorligi va

hisoblash samaradorligi turli fan va texnologiya sohalarida keng qo'llanilishiga olib keladi. Kelgusida, yuqori o'lchovli ma'lumotlarga nisbatan moslashuvchan splayn modellarini ishlab chiqish va ularni turli noan'anaviy shartlar ostida qo'llash istiqbolli tadqiqot yo'nalishlaridan biri hisoblanadi.

#### FOYDALANGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Behruz Ulugbek og, Q. (2023). TECHNOLOGY AND MEDICINE: A DYNAMIC PARTNERSHIP. *International Multidisciplinary Journal for Research & Development*, 10(11).
2. Behruz Ulugbek og, Q. (2024). FUNDAMENTALS OF ALGORITHM AND PROGRAMMING IN MATHCAD SOFTWARE. *Multidisciplinary Journal of Science and Technology*, 4(3), 410-418.
3. Behruz Ulugbek og, Q. (2024). ADOBE PHOTOSHOP CC DASTURIDA ISHLASH. *PEDAGOG*, 7(4), 390-396.
4. Behruz Ulugbek og, Q. (2024). INFORMATIKA FANINI O'QITISHDA INTERFAOL METODLARDAN FOYDALANISH. *PEDAGOG*, 7(6), 52-62.
5. Quvvatov, B. (2024). Maximum principle and error analysis. *Medicine, pedagogy and technology: theory and practice*, 2(9), 420-427.
6. Quvvatov, B. U. (2024). ELEKTRON DARSLIK YARATUVCHI DASTURLAR XARAKTERISTIKALARI. *PEDAGOG*, 7(5), 292-301.
7. Behruz Ulug'bek o'g, Q. (2023). USE OF ARTIFICIAL NERVOUS SYSTEMS IN MODELING. *Multidisciplinary Journal of Science and Technology*, 3(5), 269-273.
8. Quvvatov, B. (2023). ALGEBRAIK ANIQLIGI YUQORI BOLGAN KVADRATUR FORMULALAR. UMUMLASHGAN TRAPETSIYALAR QOIDASI. *Академические исследования в современной науке*, 3(7), 137-142.
9. Quvvatov, B. (2024). ALGEBRAIK ANIQLIGI YUQORI BOLGAN KVADRATUR FORMULALAR. GAUSS KVADRATUR FORMULALARI. *Models and methods in modern science*, 3(2), 114-125.
10. Behruz Ulug'bek o'g, Q. li.(2023). Mobil ilovalar yaratish va ularni bajarish jarayoni. *International journal of scientific researchers*, 2(2).
11. Quvvatov, B. (2024). ALGEBRAIK ANIQLIGI YUQORI BOLGAN KVADRATUR FORMULALAR. ROMBERG INTEGRALLASH FORMULASI. *Центральноазиатский журнал образования и инноваций*, 3(2 Part 2), 107-112.
12. Quvvatov, B. (2024). ALGEBRAIK ANIQLIGI YUQORI BOLGAN KVADRATUR FORMULALAR. SIMPSON FORMULASI. *Models and methods in modern science*, 3(2), 223-228.
13. Quvvatov, B. (2024). ALGEBRAIK ANIQLIGI YUQORI BOLGAN KVADRATUR FORMULALAR. KLASSIK GAUSS KVADRATURALARI. *Инновационные исследования в науке*, 3(2), 94-103.
14. Babaev, S., Olimov, N., Imomova, S., & Kuvvatov, B. (2024, March). Construction of natural L spline in  $W_2, \sigma(2, 1)$  space. In *AIP Conference Proceedings* (Vol. 3004, No. 1). AIP Publishing.
15. Quvvatov, B. U. o'g'li.(2023). *ALEXNET-TASVIRLARNI TASNIFLASH UCHUN KONVOLYUTSION NEYRON TARMOQ. GOLDEN BRAIN*, 1(34), 77-90.
16. Quvvatov, B. (2024, February). TORTBURCHAK ELEMENT USTIDA GAUSS-LEJANDR FORMULASI. In *Международная конференция академических наук* (Vol. 3, No. 2, pp. 101-108).

17. Quvvatov, B. (2024, February). ALGEBRAIK ANIQLIGI YUQORI BOLGAN KVADRATUR FORMULALAR. REKURSIV TRAPETSIYALAR QOIDASI. In *Международная конференция академических наук* (Vol. 3, No. 2, pp. 41-51).
18. Quvvatov, B. (2024). ALGEBRAIK ANIQLIGI YUQORI BOLGAN KVADRATUR FORMULALAR. ORTOGONAL KOPHADLAR. *Инновационные исследования в науке*, 3(2), 47-59.
19. Quvvatov, B. (2024). GLOBAL IN VIRTUAL LEARNING MOBILE APP CREATION INFORMATION SYSTEMS AND TECHNOLOGIES. *Science and innovation in the education system*, 3(1), 95-104.
20. Quvvatov, B. (2024). FINDING SOLUTIONS OF SPECIAL MODELS BY INTEGRATING INTEGRAL EQUATIONS AND MODELS. *Current approaches and new research in modern sciences*, 3(1), 122-130.
21. Quvvatov, B. (2024). WEB FRONT-END AND BACK-END TECHNOLOGIES IN PROGRAMMING. *Theoretical aspects in the formation of pedagogical sciences*, 3(1), 208-215.
22. Quvvatov, B. (2024). CONSTRUCTION OF SPECIAL MODELS THROUGH DIFFERENTIAL EQUATIONS AND PRACTICAL SOLUTIONS. *Solution of social problems in management and economy*, 3(1), 108-115.
23. Quvvatov, B. (2024). CONSTRUCTION OF SPECIAL MODELS THROUGH DIFFERENTIAL EQUATIONS AND PRACTICAL SOLUTIONS. *Solution of social problems in management and economy*, 3(1), 108-115.
24. Karimov, F. (2022). ANIQ INTEGRALNI TAQRIBIY HISOBLASH. *ЦЕНТР НАУЧНЫХ ПУБЛИКАЦИЙ (buxdu.uz)*, 14(14).
25. Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., & Flannery, B. P. (2007). *Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press.
26. Jalolov, T. S. (2024). KIBERMUHOFAZANING TA'LIM JARAYONIDAGI O'RNI. PEDAGOGIK TADQIQOTLAR JURNALI, 2(1), 189-192.
27. Junaydullaevich, T. B. (2023). BITUMENS AND BITUMEN COMPOSITIONS BASED ON OIL-CONTAINING WASTES. *American Journal of Public Diplomacy and International Studies* (2993-2157), 1(9), 147-152.
28. 23. Турсунов, Б. Ж. (2021). Анализ методов утилизации отходов нефтеперерабатывающей промышленности. *Scientific progress*, 2(4), 669-674.
29. Jalolov, T. S. (2024). РАЗВИТИЕ ТЕХНОЛОГИЙ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА В САМОДВИЖАЩИХСЯ РОБОТАХ. *Methods of applying innovative and digital technologies in the educational system*, 1(2), 1-7