

**m-SIMPLEKSNING KVADRATIK GOMEOMORFIZMLARI VA UNING XOSSLARI**

**Maqsimova Sarvinoz Valijon qizi**

Andijon Davlat univarsiteti 1-bosqich tayanch doktoranti

**Annotatsiya:** Populyatsion genetikasi masalalarida biologik tizimning vaqt davomida evolyutsiyasini o‘rganish zarurati tug‘iladi. Ko‘pgina hollarda tizim evolyutsiyasi simpleksning o‘ziga kvadratik akslantirishlari yordamida tasvirlanadi. Biologik nuqtai nazardan, evolyutsiya operatorining gomeomorfizmi tizimning hozirgi holatidan kelib chiqib, biologik tizimning o‘tgan tarixini tiklash imkonini beradi. Lotka-Volterra akslantirishining kvadratik varianti kvadratik gomeomorfizmlarning xususiy holati hisoblanadi.

**Kalit so‘zlar:**  $m$  –simpleks, dinamik sistema, Lotka-Volterra operatori, graf, turnir.

$I = \{1, 2, \dots, m\}$  va  $\alpha \in I$ - ixtiyoriy bo‘sh bo‘lmagan qism to‘plam bo‘lsin.

**Ta’rif 1.**  $i \in \alpha$  uchun  $e_i$  uchlarning qavariq qobig‘i  $S^{m-1}$ ning yog‘i deb ataladi va  $\Gamma_\alpha$  orqali belgilanadi.

Agar  $|\alpha|$   $\alpha$  to‘plamdagi elementlar soni bo‘lsa, u holda

$$\Gamma_\alpha = \text{co}\{e_i\}_{i \in \alpha} \text{ va } \dim \Gamma_\alpha = |\alpha| - 1.$$

$A$  haqiqiy sonli matritsa

$$A = -A^T$$

shartni qanoatlantirsa kososimmetrik matritsa deyiladi, bu yerda  $A^T$   $A$  matritsaning transponirlangan matritsasi.

Quyidagi ko‘rinishga ega  $V: S^{m-1} \rightarrow S^{m-1}$  kvadratik stoxastik operatorni qaraymiz

$$(Vx)_k = x'_k = \sum_{i,j=1}^m P_{ij,k} x_i x_j, \quad k = \overline{1, m}$$

Bu yerda  $x = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in S^{m-1}$ ,  $(Vx)_k - Vx \in S^{m-1}$  nuqtaning  $k$  –koordinatasi,  $P_{ij,k}$  koefisiyent esa quyidagi shartni qanoatlantiradi

$$P_{ij,k} = P_{ji,k} \geq 0, \quad \sum_{k=1}^m P_{ij,k} = 1 \# (1.1)$$

(1.1)dagi shart  $V$  akslantirish ta’sir ettirilganda  $S^{m-1}$ ning invariantligini ta’minlashini ko’rish oson.

**Ta’rif 2.** Agar

$$P_{ij,k} = 0, \quad k \notin \{i, j\} \# (1.2)$$

bo‘lsa, u holda  $V$  kvadratik stoxastik operator  $S^{m-1}$ da Lotka-Volterra akslantirishi deyiladi.

(1.2)dan ko'rinadiki

$$P_{ik,k} + P_{ik,i} = 1 \text{ har qanday } i, k = \overline{1, m}.$$

Shuning uchun

$$a_{ki} = \begin{cases} 2P_{ik,k} - 1, & \text{agar } i \neq k, \\ 0, & \text{agar } i = k, \end{cases} \#(1.3)$$

bilan Lotka-Volterra akslantirishini quyidagicha yozish mumkin

$$x'_k = x_k \left( 1 + \sum_{i=1}^m a_{ki} x_i \right), \quad k = \overline{1, m} \#(1.4)$$

**Teorema 3.** Kvadratlik Lotka-Volterra akslantirishi  $S^{m-1}$  simpleksining gomeomorfizmi hisoblanadi.

$A = (a_{ki})$  umumiy ko'rinishdagi Lotka-Volterra operatori (1.4)ga mos bo'lgan kososimmetrik matritsa bo'lsin. araz qilaylik,  $k \neq i$  bo'  $a_{ki} \neq 0$  bo'lsin. Tekislikda  $m$  ta nuqtani olib, ularni  $1, 2, \dots, m$  raqamlari bilan belgilaymiz. Keyin  $k$ -nuqtani  $i$ -nuqta bilan shunday ulaymiz: agar  $a_{ki} < 0$  bo'lsa,  $k$ -dan  $i$ -ga o'q chizamiz, aks holda orqaga chizamiz, ya'ni  $i$ -dan  $k$ -ga.

Hosil qilingan turnir (1.4) dinamik tizimining  $A = (a_{ki})$  kososimmetrik matritsasiga mos turniri deb ataladi va uni  $T_m$  bilan belgilaymiz. Demak, agar har qanday ikkita turli uch  $i$  va  $k$  uchun faqat  $(i, k)$  yoki  $(k, i)$  tartiblangan juftligi grafning yoylaridan biri bo'lsa, bunday yo'nalgan graf turnir deb ataladi.

Aytaylik,  $x_1$  va  $x_2$  turnirning uchlari bo'lsin.  $x_1 \rightarrow x_2$  yozuvi  $x_1$  va  $x_2$  ni bog'lovchi qirra  $x_1$  dan  $x_2$  ga yo'nalganligini bildirsin.

Chegaralangan uchlarni ketma-ketligi  $x_1 \rightarrow x_2 \rightarrow \dots \rightarrow x_p$  mashrut deb ataladi, agar  $x_i \neq x_j$  bo'lsa, bu yerda  $i \neq j$ . Sikl bu yopiq marshrut bo'lib, ya'ni  $x_p = x_1$ . Turnir kuchli deb ataladi, agar  $x, y \in Y$  har qanday uchlarni uchun  $x$  dan  $y$  ga olib boruvchi yo'l mavjud bo'lsa.

Ma'ruzada  $S^{m-1}$  simpleksning kvadratlik gomeomorfizmlari turnirlarining xossalari ko'rib chiqiladi.

### Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Ganikhodzhaev R.N., Tadzhieva M.A., Eshmamatova D.B. Dynamical properties of quadratic homeomorphisms of a finite-dimensional simplex // Journal of Mathematical Sciences, March, 2020. Vol. 245. 3. P. 398-402. (Scopus. IF=0.28).
2. Ganikhodzhaev R.N. A chart of fixed points and Lyapunov functions for a class of discrete dynamical systems // Math. Notes. — 1994. — V. 56, № 5. — p. 1125- 1131.
3. Ganikhodzhaev R. N., Eshniyazov A. I. Biostochastic quadratic operators // Uzbek. Mat. J. — 2004. — № 3. — p. 29-34.
4. Galor O. Discrete dynamical systems // Springer. —Berlin —2007. —p. 153